

Оглавление

Предисловие	xi
Введение	xii
1 Решение сеточных уравнений в замкнутом виде	1
1 Общая теория решения линейных сеточных уравнений	1
1.1 Свойства решений однородного уравнения	1
1.2 Теоремы о решениях линейного сеточного уравнения	3
1.3 Метод вариации постоянных для неоднородного уравнения	5
1.4 Пример применения общей теории	7
2 Уравнения m -го порядка с постоянными коэффициентами	8
2.1 Случай простых корней характеристического уравнения	8
2.2 Случай кратных корней характеристического уравнения	9
2.3 Примеры построения решений	10
3 Уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами	11
3.1 Общие решения однородного и неоднородного уравнений	12
3.2 Решение задачи Коши и первой краевой задачи	13
3.3 Полиномы Чебышёва как решения сеточных уравнений	15
3.4 Примеры	18
Замечания и библиографические комментарии	19
2 Прямые методы для систем со структурированными матрицами	20
1 Методы прогонки для систем с трёхдиагональной матрицей	20
1.1 Метод правой монотонной прогонки	20
1.2 Методы левой и встречных монотонных прогонок	24
1.3 Примеры применения метода прогонки	25
1.4 Метод немонотонной прогонки	27
2 Метод редукции для систем с трёхдиагональной матрицей	29
2.1 Метод редукции	29
2.2 Сравнение методов прогонки и редукции	33
3 Методы для систем с циклической трёхдиагональной матрицей	35
3.1 Метод монотонной циклической прогонки	36
3.2 Метод циклической редукции	38
4 Метод прогонки для систем с ленточной матрицей	41
4.1 Варианты метода прогонки для систем с ленточной матрицей	41
4.2 Метод прогонки для систем с пятидиагональной матрицей	44
5 Метод прогонки для систем с блочно-трёхдиагональной матрицей	50
5.1 Метод матричной прогонки	50
5.2 Пример применения метода матричной прогонки	51
6 Метод блочной редукции	53
6.1 Метод для систем с блочно-трёхдиагональной матрицей	54
6.2 Метод для систем с циклической блочно-трёхдиагональной матрицей	63

Замечания и библиографические комментарии	66
3 Прямые методы, использующие спектральное разложение матриц	68
1 Методы для матричных уравнений специального вида	68
1.1 Структура матричных уравнений	68
1.2 Спектральное разложение симметризуемой матрицы	71
1.3 Быстрые прямые методы решения матричных уравнений	73
1.4 Сеточные задачи в форме матричных уравнений	77
2 Маршевые методы	82
2.1 Общая схема маршевых методов	82
2.2 Первый вариант устойчивого маршевого метода	87
2.3 Второй вариант устойчивого маршевого метода	90
2.4 Маршевый метод для задач на сдвинутых сетках	96
3 Спектральные задачи для семейств симметризуемых матриц	97
3.1 Решение спектральных задач для матриц первого семейства	98
3.2 Решение спектральных задач для матриц второго семейства	103
Замечания и библиографические комментарии	108
4 Итерационные методы минимизационного типа	109
1 Основные понятия общей теории итерационных методов	109
2 Итерационные методы, использующие априорную информацию	114
2.1 Простейшие итерационные методы	114
2.2 Итерационные методы чебышёвского типа	117
2.3 Примеры выбора оператора D	125
3 Итерационные методы вариационного типа	127
3.1 Общее описание методов и оценка скорости сходимости	127
3.2 Свойства методов в самосопряжённом случае	131
3.3 Двухшаговые методы для знаконеопределённого случая	135
3.4 Некоторые методы вариационного типа	137
4 Проекционные итерационные методы минимизационного типа	139
4.1 Основные утверждения для методов минимизационного типа	139
4.2 Методы D -сопряжённых направлений	153
4.3 Некоторые методы D -сопряжённых направлений	162
4.4 Методы квазиортогональных направлений	165
4.5 Некоторые методы квазиортогональных направлений	171
Замечания и библиографические комментарии	175
5 Проекционные итерационные методы	180
1 Общая теория проекционных итерационных методов	181
1.1 Основные утверждения для методов ортогонализационного типа	182
1.2 Семейства методов ортогонализационного типа	185
1.3 Проекционные методы квазиминимизационного типа	189
1.4 О проекционных условиях Ритца–Галёркина и Петрова–Галёркина	191
2 Некоторые проекционные итерационные методы	192
2.1 Bi-CG — метод бисопряжённых градиентов	192

2.2	QMR — метод квазиминимальных невязок	194
2.3	CGS — метод квадрированных сопряжённых градиентов	195
2.4	Гибридные проекционные методы мультипликативного типа	197
2.5	Модифицированные проекционные итерационные методы	203
	Замечания и библиографические комментарии	206
6	Специальные итерационные методы	214
1	Итерационные методы треугольного типа	214
1.1	Методы Якоби и Гаусса–Зейделя	215
1.2	Метод верхней релаксации	219
1.3	Треугольные методы	222
2	Методы переменных направлений	225
2.1	Метод переменных направлений в коммутативном случае	225
2.2	Метод переменных направлений в некоммутирующем случае	231
2.3	Примеры применения метода переменных направлений	233
3	Итерационные методы для систем с вырожденной матрицей	236
3.1	Общие требования к методам	236
3.2	Итерационный метод чебышёвского типа	239
3.3	Итерационный метод типа сопряжённых невязок	241
	Замечания и библиографические комментарии	243
7	Алгоритмы построения предобуславливателей	247
1	Введение	247
2	Предобуславливатели на основе неполных факторизаций матриц	251
2.1	Мультипликативные представления и неполные факторизации	251
2.2	Стратегии усечения, используемые в неполных факторизациях	253
2.3	Алгоритмы построения ILU-факторизаций	259
2.4	Алгоритмы построения IZW-факторизаций	268
2.5	Алгоритмы построения смешанных ILU–IZW-факторизаций	274
2.6	О проблеме робастности алгоритмов неполной факторизации	277
2.7	Алгоритмы построения IQR- и ILQ-факторизаций	284
3	Предобуславливатели, аппроксимирующие обратную матрицу	287
3.1	Полиномиальные предобуславливатели	287
3.2	Алгоритмы построения предобуславливателей SPAI-класса	290
3.3	Обобщённые и модифицированные SPAI-предобуславливатели	302
3.4	Алгоритмы построения предобуславливателей FSAI-класса	305
4	Предобуславливатели других типов	307
4.1	Предобуславливатели попеременно-треугольного типа	307
4.2	Предобуславливатели AISM-типа	309
4.3	Блочные варианты предобуславливателей	313
4.4	Многоуровневые предобуславливатели	315
5	Предобуславливатели для специальных классов матриц	316
5.1	Предобуславливатели, реализуемые быстрыми прямыми методами	316
5.2	Предобуславливатели для блочно-трёхдиагональных матриц	318
5.3	Предобуславливатели для последовательности матриц	319

5.4	Предобуславливатели для седловых матриц	321
5.5	Предобуславливатели для некоторых классов плотных матриц	323
	Замечания и библиографические комментарии	323
Приложение 1		330
1	Некоторые сведения из линейной алгебры	330
2	Форматы хранения, реализация векторных и матрично-векторных операций	347
Приложение 2		350
1	Разложение отношения полиномов и полиномиальная интерполяция функций	350
2	Построение полинома, наименее уклоняющегося от нуля	352
3	Построение дробно-рациональной функции, наименее уклоняющейся от нуля	354
Приложение 3		360
1	О вычислении дискретных преобразований Фурье	360
2	Сведение преобразований Фурье к базовому преобразованию	363
	Замечания и библиографические комментарии	371
Литература		373
Предметный указатель		401